

**ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ 3**

**ΙΣΙΔΩΡΟΣ ΠΑΤΕΡΑΚΗΣ 2017030091**

**ΙΩΑΝΝΑ ΜΑΡΙΝΟΥ 2016030143**

**ΣΠΥΡΙΔΑΚΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ 2014030022**

**Άσκηση 1**

Στην πρώτη άσκηση ζητούνταν να κατασκευαστεί 1 butterworth φίλτρο, αρχικά αναλογικό και έπειτα να γίνει η μετατροπή του σε ψηφιακό.

Τα χαρακτηριστικά του φίλτρου είναι τα εξής:

$F_s = 10 \text{ kHz}$  (συχνότητα δειγματοληψίας)

Passband Zone = 0-3 kHz ( επιλέχθηκε 3 kHz)

Ripple = 3 db

Stopband Zone = 4-5 kHz (επιλέχθηκε 5 kHz)

Attenuation = 30 db

Αρχικά έπρεπε να βρεθεί η τάξη του φίλτρου. Για να βρεθεί χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση:

$[n, W_n] = \text{buttord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's')$ , όπου:

Ορίσματα:

$W_p$  = passband frequency (κανονικοποιημένη)

$W_s$  = stopband frequency (κανονικοποιημένη)

$R_p$  = ripple

$R_s$  = attenuation

's' = symbol for per second

Τιμές επιστροφής:

$n$  = order of butterworth filter

$W_n$  = cutoff frequency

Στη συνέχεια, για να βρεθούν τα μηδενικά, οι πόλοι και το κέρδος, χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση:

$[z, p, k] = \text{butter}(n)$ , όπου:

Ορίσματα:

$n$  = order of butterworth filter

Τιμές επιστροφής:

$z$  = zeroes of butterworth filter

$p$  = poles of butterworth filter

$k$  = gain of butterworth filter

Στην περίπτωση μας το  $z$  ήταν κενό γιατί το butterworth φίλτρο δεν περιέχει μηδενικά.

Έπειτα για να βρεθούν οι συντελεστές του αριθμητή και του παρονομαστή χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση:

$[\text{num}, \text{den}] = \text{zp2tf}(z, p, k)$ , όπου:

Ορίσματα:

$z$  = zeroes of butterworth filter

$p$  = poles of butterworth filter

$k$  = gain of butterworth filter

Τιμές επιστροφής:

$\text{num}$  = coefficients of the numerator of the transfer function

$\text{den}$  = coefficients of the denominator of the transfer function

Παρακάτω έγινε αλλαγή της συχνότητας αποκοπής από 1 rad/s σε  $\omega_n$  μέσω της συνάρτησης:

$[\text{num2}, \text{den2}] = \text{lp2lp}(\text{num}, \text{den}, \omega_n)$ , όπου:

Ορίσματα:

$\text{num}$  = coefficients of the numerator of the transfer function

$\text{den}$  = coefficients of the denominator of the transfer function

$\omega_n$  = cutoff frequency

Τιμές επιστροφής:

num2 = transformed coefficients of the numerator of the transfer function

den2 = transformed coefficients of the denominator of the transfer function

Μετά για να υπολογιστεί η απόκριση συχνότητας του αναλογικού φίλτρου χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση:

analogfilter = **fregs**(num2, den2, 2\*3,14\*f), όπου:

Ορίσματα:

num2 = coefficients of the numerator of the transfer function

den2 = coefficients of the denominator of the transfer function

2\*3,14\*f = angular frequency

Τιμή επιστροφής:

analogfilter = frequency response

Ύστερα αλλάζουμε το φίλτρο από αναλογικό σε ψηφιακό μέσω της συνάρτησης:

[NUM, DEN] = **bilinear**(num2, den2, Fs), όπου:

Ορίσματα:

num2 = coefficients of the numerator of the transfer function

den2 = coefficients of the denominator of the transfer function

Fs = sampling frequency

Τιμές επιστροφής:

NUM = the converted coefficients of the numerator to discrete equivalent

DEN = the converted coefficients of the denominator to discrete equivalent

Τέλος υπολογίστηκε η απόκριση συχνότητας του ψηφιακού φίλτρου μέσω της συνάρτησης:

digitalfilter = **fregs**(NUM, DEN, f, Fs), όπου:

Ορίσματα:

NUM = coefficients of the numerator of the transfer function

DEN = coefficients of the denominator of the transfer function

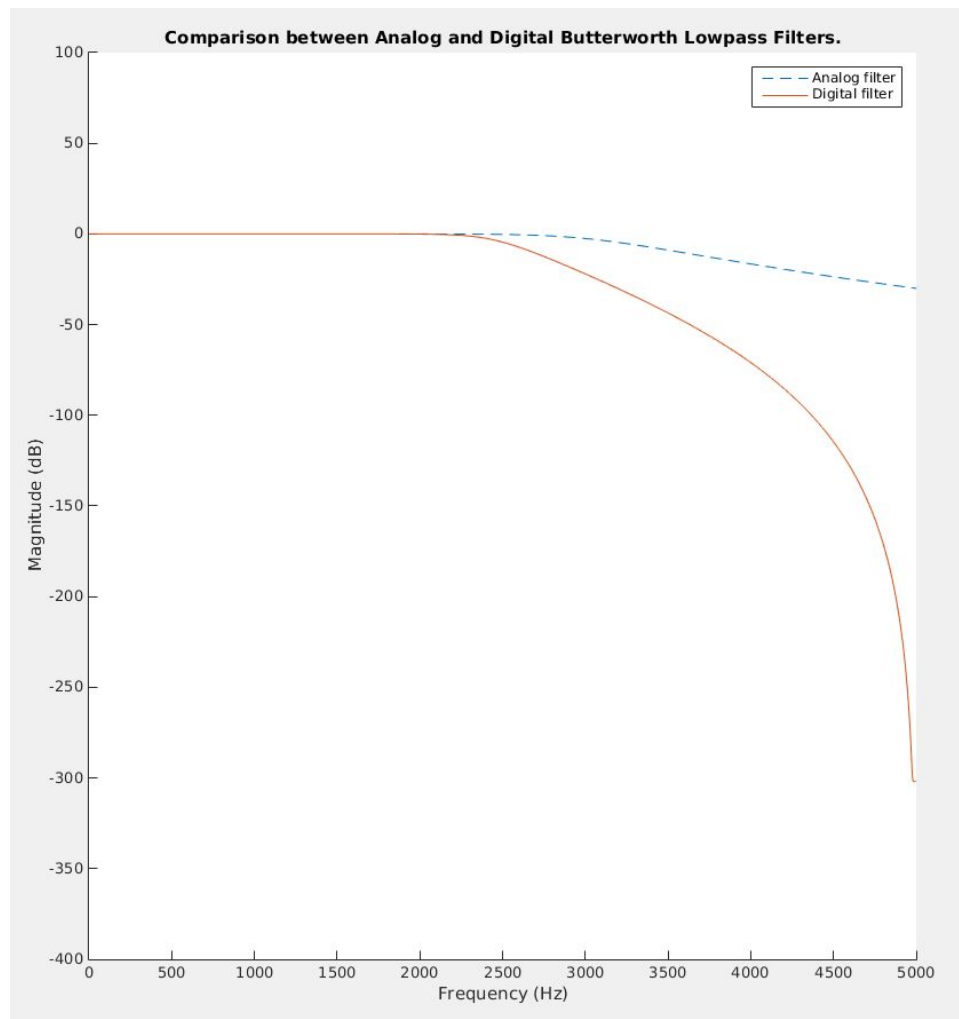
f = frequency axis

$F_s$  = sampling frequency

Τιμή επιστροφής:

digitalfilter = frequency response of the digital filter

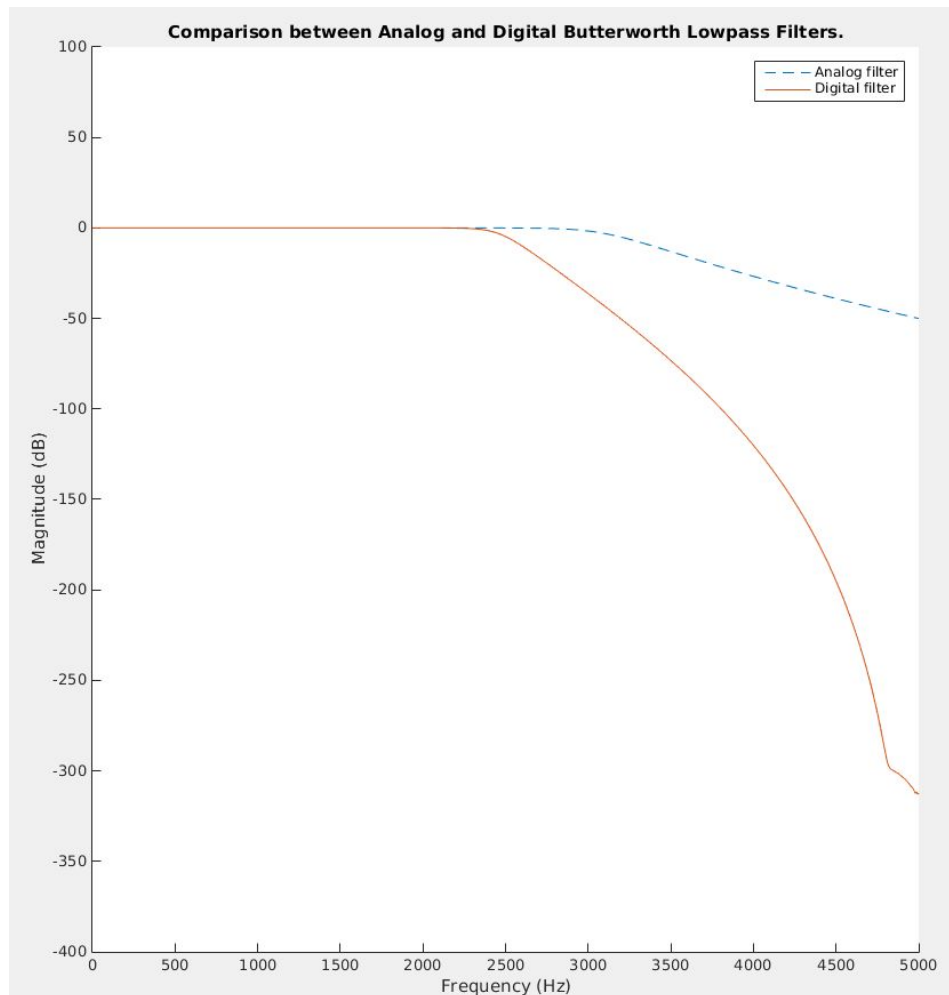
Τα αποτελέσματα της εκτύπωσης είναι:



Παρατηρούμε ότι το ψηφιακό φίλτρο μπαίνει σε μια μεταβατική ζώνη περίπου στα 2 kHz. Αυτή η ζώνη διατηρείται μέχρι περίπου τα 4 kHz όπου μετά κάνει πολύ απότομη πτώση και καταλήγει στα -300 db. Στη μεταβατική ζώνη παρατηρείται μία πτώση στο πλάτος. Στο αναλογικό φίλτρο και η κλίση στη μεταβατική ζώνη για η πτώση μετά από αυτή είναι πολύ μικρότερες από αυτές του ψηφιακού. Συνεπώς το ψηφιακό φίλτρο είναι καλύτερο από το αναλογικό.

Μετά έπρεπε να επαναλάβουμε τη προηγούμενη διαδικασία αλλάζοντας το attenuation από 30 σε 50 db.

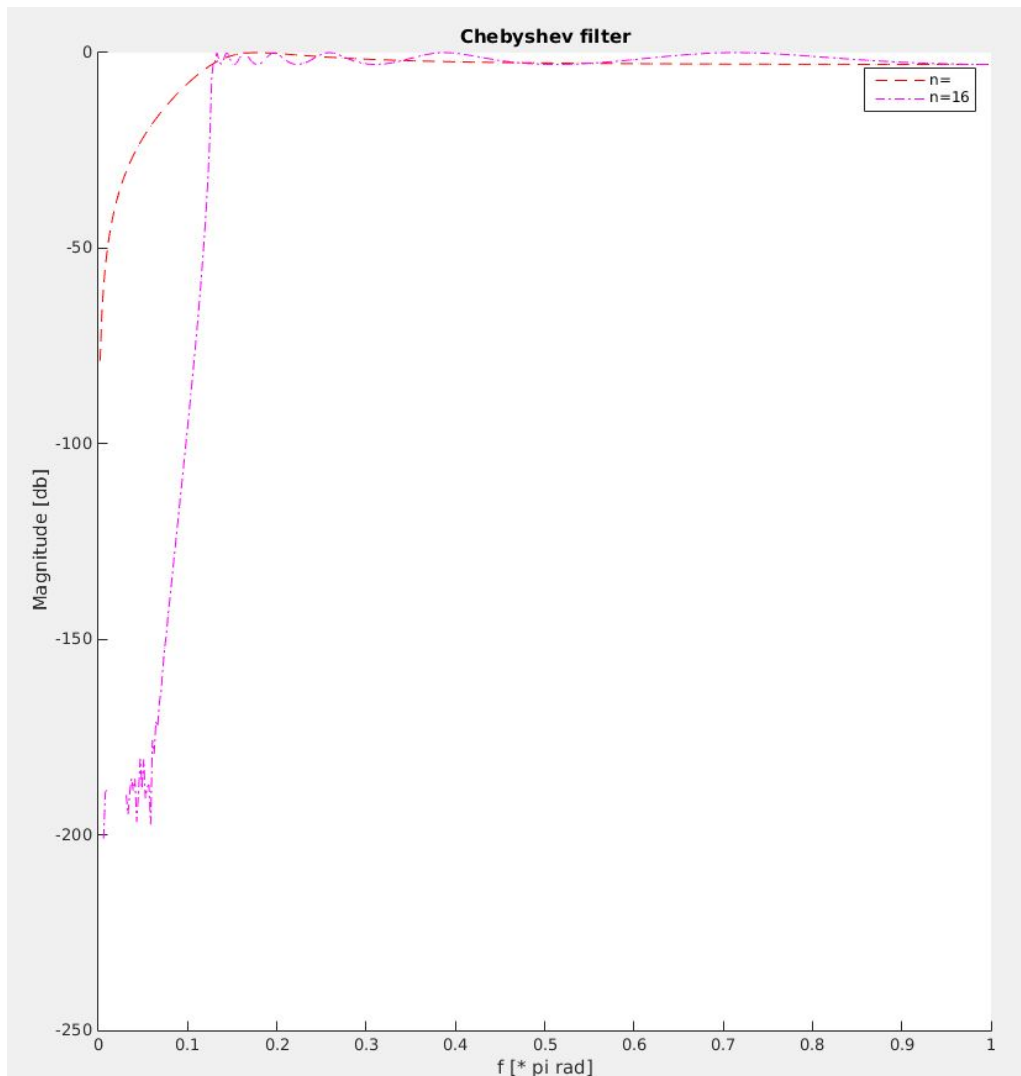
Το αποτέλεσμα που εκτυπώθηκε ήταν:



Παρατηρούμε ότι τώρα η μεταβατική περίοδος, πριν την ραγδαία πτώση, στο ψηφιακό φίλτρο, έχει πολύ μεγαλύτερη κλίση από πριν. Όπως φαίνεται, μετά από αυτή, καταλήγει στο ~-300 db πιο γρήγορα σε σχέση με πριν. Το ίδιο ισχύει και στο αναλογικό φίλτρο τώρα σε σύγκριση με πριν και για την μεταβατική του περίοδο και για την πτώση μετά από αυτή. Αυτό εξηγείται διότι αύξηση του attenuation απο 30 db σε 50 db αυξάνει την τάξη του φίλτρου με αποτέλεσμα τη μείωση της διάρκειας της περιόδου της μεταβατικής ζώνης.

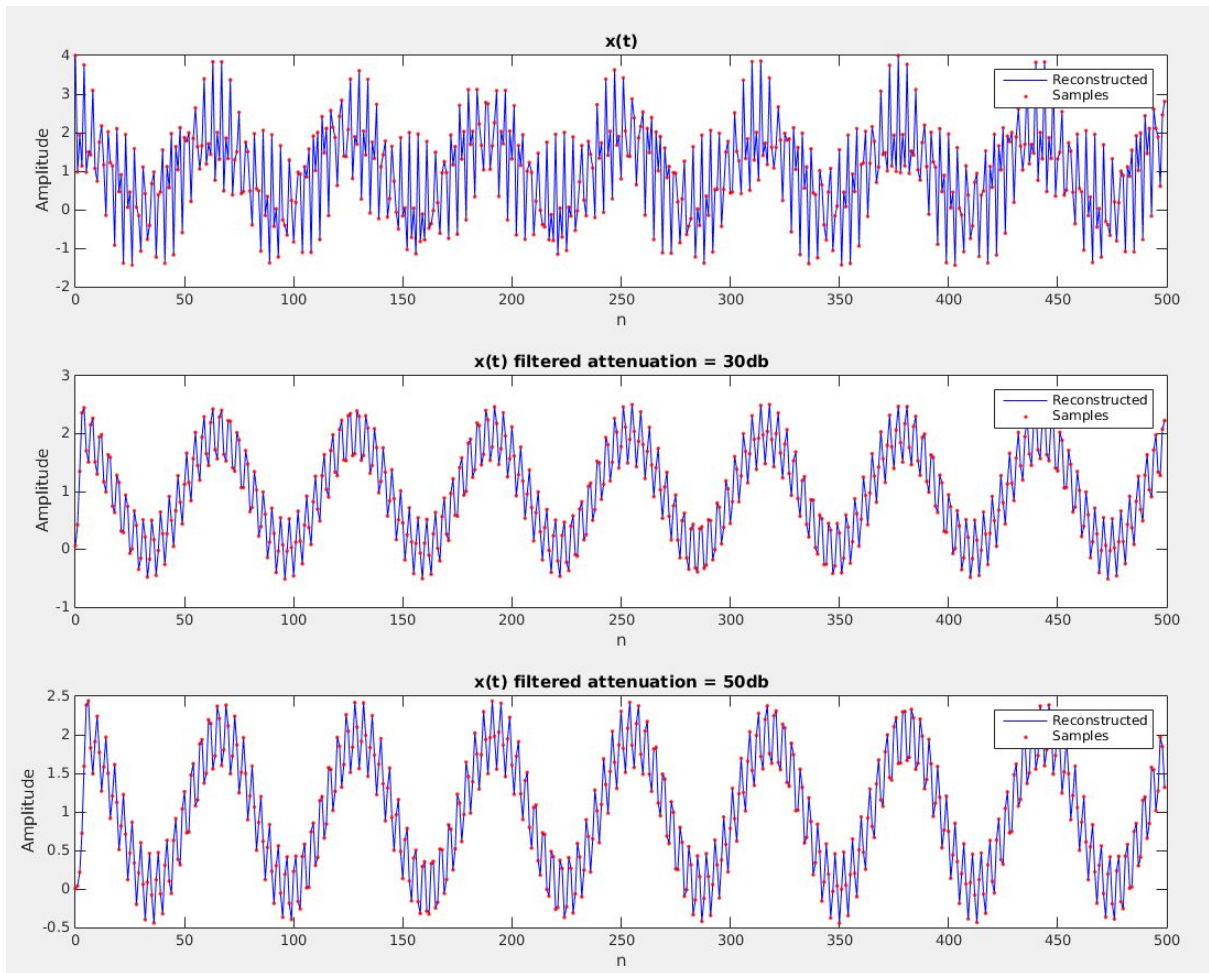
## Άσκηση 2

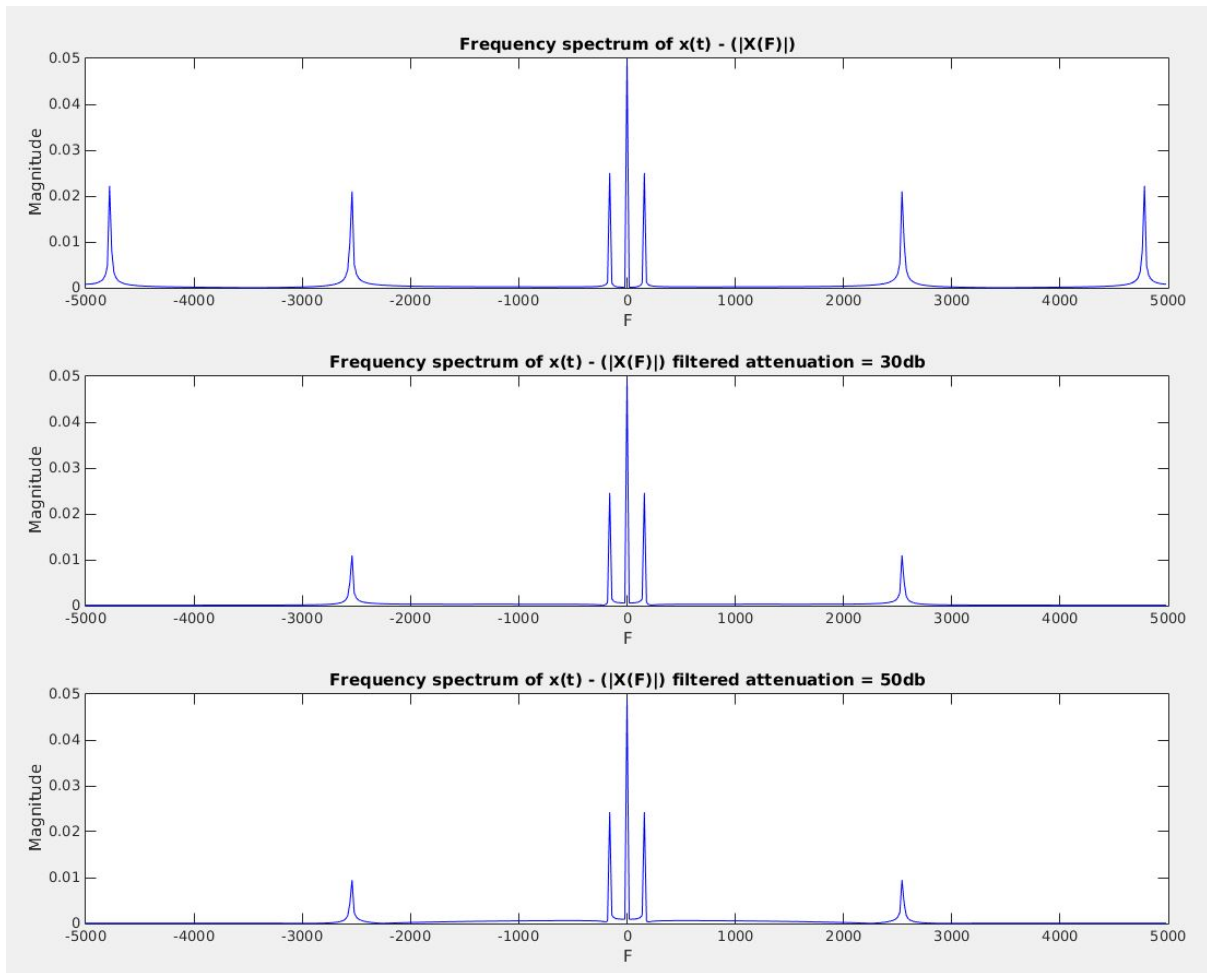
Το ζητούμενο του δεύτερου ερωτήματος ήταν η δημιουργία 2 chebyshev φίλτρων τάξεων 2 και 16. Η τάξη του φίλτρου καθορίζει τον αριθμό των πόλων και κατ' επέκταση την πολυπλοκότητα του, επομένως με την αύξηση της τάξης θα 'πρεπε να αυξηθεί η ταλάντωση στη ζώνη διέλευσης και να μικρύνει η ζώνη μετάβασης. Τις παραπάνω μεταβολές τις βλέπουμε και στην πράξη στο διάγραμμα που προκύπτει απ' το matlab. Στο διάγραμμα που προκύπτει ο οριζόντιος άξονας παίρνει τιμές μεταξύ [0,1] επειδή οι τιμές του αντιστοιχούν στα σημεία του μοναδιαίου κύκλου με γωνία \*π σε ένα φίλτρο.



### **Άσκηση 3**

α) Πρώτο ζητούμενο της τρίτης άσκησης ήταν να δειγματοληπτήσουμε σε 500 δείγματα το σήμα  $x(t)=1+\cos(1000t)+\cos(16000t)+\cos(30000t)$  χρησιμοποιώντας συχνότητα δειγματοληψίας  $F_s = 10\text{kHz}$ . Γενικά για να μην έχουμε το φαινόμενο frequency aliasing, κατά το θεώρημα Nyquist πρέπει να ισχύει ότι  $F_s \geq 2 * F_{\max}$ . Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε  $F_s = 10000$ , ενώ  $F_{\max} = \frac{30000}{2*\pi} \approx 4775$ . Άρα δεν εμφανίζεται το φαινόμενο frequency aliasing. Αφού το κάναμε αυτό περάσαμε το σήμα μέσα από το lowpass φίλτρο Butterworth που δημιουργήσαμε στην άσκηση 1 τόσο για attenuation = 30 db όσο και 50 db. Και έπειτα εμφανίσαμε όλα τα παραπάνω σήματα του ερωτήματος καθώς και τα φάσματα τους.

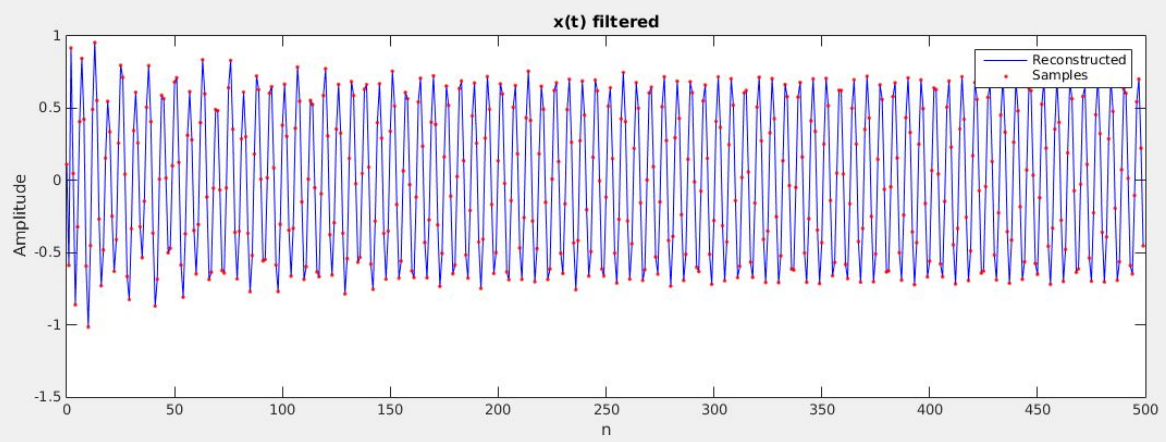
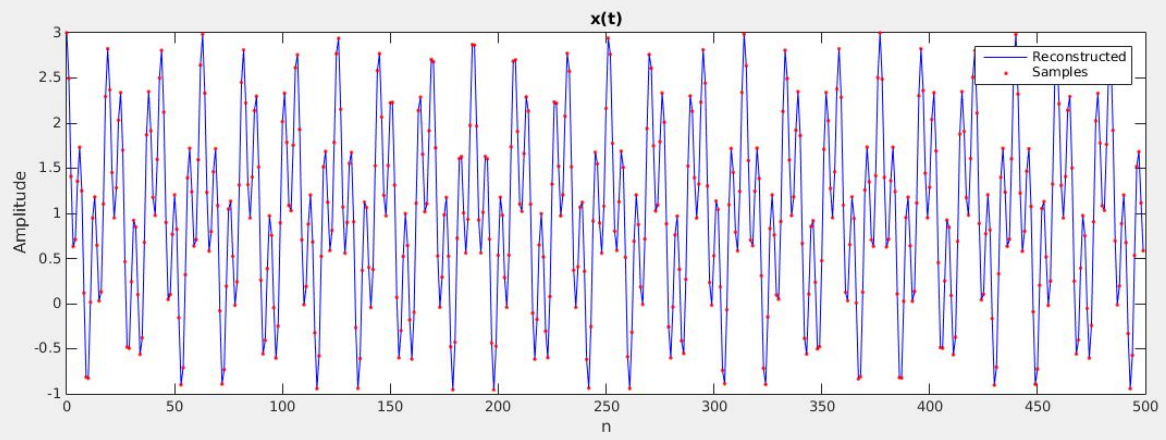


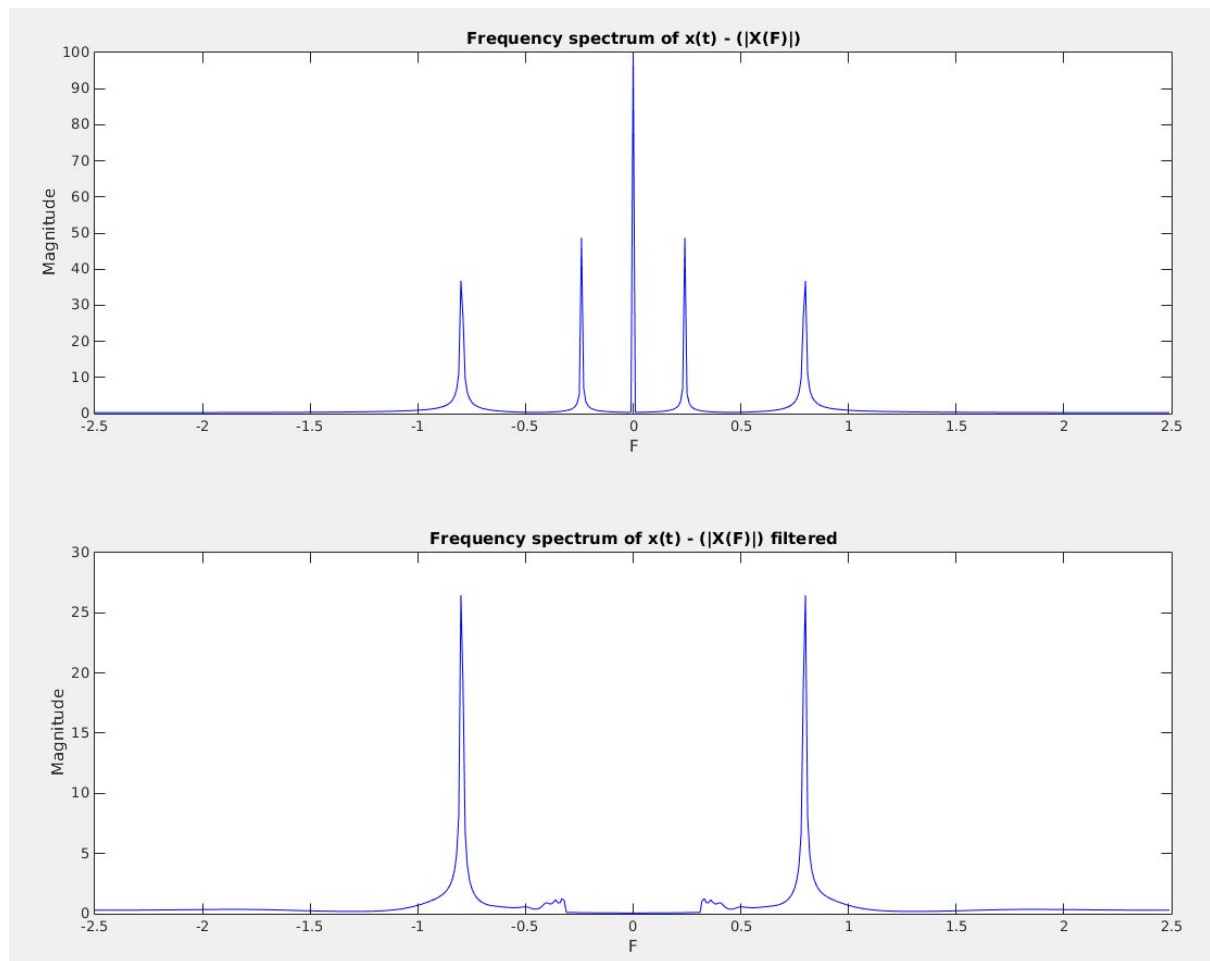


Αυτό που είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε από τις παραπάνω γραφικές είναι ότι στα φιλτραρισμένα σήματα έχουν, λόγω του Butterworth lowpass φίλτρου, μηδενιστεί οι συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από την συχνότητα αποκοπής. Συγκεκριμένα βλέπουμε ότι αρχικά μειώνουν μέχρι που φτάσουν στο σημείο τέλος να αποκοπούν. Ενώ για 50db είναι πιο απότομη η εξασθένηση.

**β)** Στο δεύτερο υποερώτημα χρειάστηκε να κάνουμε παρόμοια διαδικασία, αυτή την φορά για το σήμα  $x(t) = 1 + \cos(1.5t) + \cos(5t)$  δειγματοληπτώντας πάλι 500 δείγματα όμως σε αυτή την περίπτωση με διαφορετική συχνότητα. Έπειτα χρειάστηκε να φιλτράρουμε το παραπάνω σήμα χρησιμοποιώντας το highpass Chebyshev φίλτρο και να εμφανίσουμε τα σήματα του ερωτήματος καθώς και τα φάσματα τους.







Σε αυτή την περίπτωση έχουμε το ακριβώς ανάποδο αποτέλεσμα με το υποερώτημα α). Λόγω του highpass Chebyshev φίλτρου εξασθενούνται και αποκόπτονται οι συχνότητες που είναι μικρότερες της συχνότητας αποκοπής.