

UNIVERSIDADE DO MINHO

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

MDIO - Trabalho 2
Grupo Nº 3

João Teixeira (A85504)

José Ferreira (A83683)

Miguel Solino (A86435)

8 de Janeiro de 2020

Conteúdo

1	Introdução	3
2	Parte 0	4
2.1	Alínea 1 - Nova rede do projeto	4
2.2	Alínea 2 - Diagrama de Gantt	6
2.2.1	Texto de input	6
2.2.2	Ficheiro de output	7
2.2.3	Interpretação dos resultados	7
3	Parte 1	8
3.1	Caminho Critico	8
3.1.1	Texto de input	8
3.1.2	Ficheiro de output	9
3.1.3	Interpretação dos resultados	9
3.2	Atividade paralelas	9
3.3	Máquina única	9
3.3.1	Texto de input	10
3.3.2	Ficheiro de output	11
3.3.3	Interpretação dos resultados	11
4	Parte 2	12
4.0.1	Texto de input	13
4.0.2	Ficheiro de output	15

Capítulo 1

Introdução

O *Critical Path Method* é uma ferramenta fundamental para a gestão de projetos.

Capítulo 2

Parte 0

2.1 Alínea 1 - Nova rede do projeto

A lista de atividades a realizar e as suas respectivas precedência apresentadas inicialmente no enunciado são as seguintes:

Atividade	Duração	Precedência
0	4	-
1	6	0
2	7	1, 4
3	2	2, 5
4	9	0, 7
5	4	4, 8
6	5	-
7	6	6
8	4	7, 10
9	2	8, 11
10	8	6
11	7	10

Tabela 2.1: projeto inicial

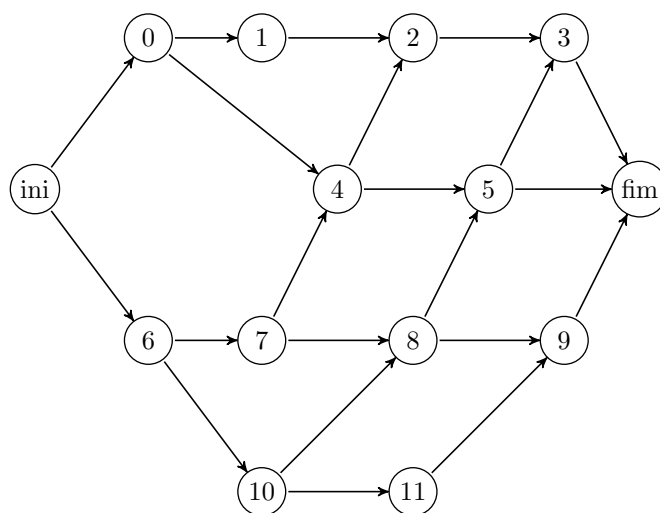


Figura 2.1: representação do projeto inicial em forma de grafo

Observando os números de inscrição dos membros do grupo, constatamos que o maior pertencia ao aluno Miguel Solino (86435). Fazendo *pattern matching* para o padrão ABCDE obtivemos os seguintes valores:

1. A é igual a 8;
2. B é igual a 6;
3. C é igual a 4;
4. D é igual a 3;
5. E é igual a 5;

Assim, seguindo o descrito no enunciado, as atividades com o número 3 e 5 serão eliminadas. Seguindo os critérios definidos, a nova tabela representativa das atividades a realizar é a seguinte:

Atividade	Duração	Precedência
0	4	-
1	6	0
2	7	1, 4
4	9	0, 7
6	5	-
7	6	6
8	4	7, 10
9	2	8, 11
10	8	6
11	7	10

Tabela 2.2: projeto a realizar

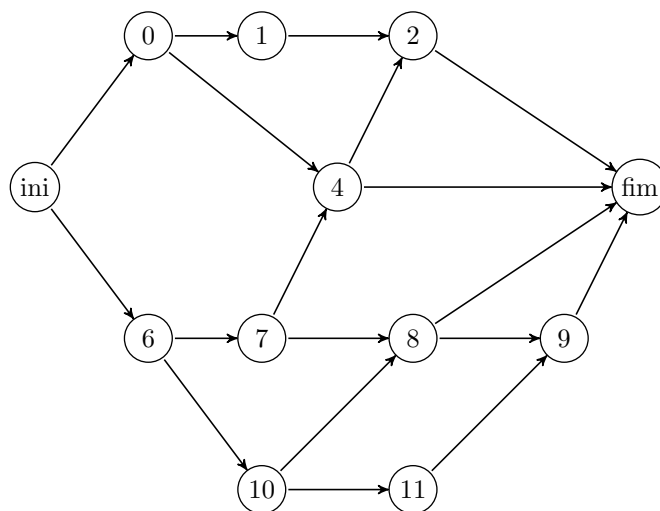


Figura 2.2: representação do projeto a realizar em forma de grafo

2.2 Alínea 2 - Diagrama de Gantt

O diagrama de Gantt representa o plano de atividades do projeto.

A fim de saber o tempo em que começa cada atividade foi resolvido um problema de programação linear que respeita as seguintes regras:

- As variáveis de decisão são do tipo t_i , com i igual ao id de uma atividade, que representa o tempo em que começa uma dada atividade.
- As restrições garantem as precedências entre as atividades e que as suas durações são respeitadas.
- A função objetivo consiste em minimizar a variável de decisão t_{final} que representa o instante em que acaba o projeto.

2.2.1 Texto de input

```
min: tfinal; //minimizar o instante final

t0 >= 0; //t0 começa após o instante inicial

t1 >= t0 + 4; //t1 começa após t0 acabar

t2 >= t1 + 6; //t2 começa após t1 acabar
t2 >= t4 + 9; //t2 começa após t4 acabar

t4 >= t0 + 4; //t4 começa após t0 acabar
t4 >= t7 + 6; //t4 começa após t7 acabar

t6 >= 0; //t6 começa após o instante inicial

t7 >= t6 + 5; //t7 começa após t6 acabar

t8 >= t7 + 6; //t8 começa após t7 acabar
t8 >= t10 + 8; //t8 começa após t10 acabar

t9 >= t8 + 4; //t9 começa após t8 acabar
t9 >= t11 + 7; //t9 começa após t11 acabar

t10 >= t6 + 5; //t10 começa após t6 acabar

t11 >= t10 + 8; //t11 começa após que t10 acabar

tfinal >= t2 + 7; //tfinal ocorre após t2 acabar
tfinal >= t4 + 9; //tfinal ocorre após t4 acabar
tfinal >= t8 + 4; //tfinal ocorre após t8 acabar
tfinal >= t9 + 2; //tfinal ocorre após t9 acabar

int t0, t1, t2, t4, t6, t7, t8, t9, t10, t11, tfinal;
```

2.2.2 Ficheiro de output

Value of objective function: 27.00000000

Actual values of the variables:

<i>t</i> final	27
<i>t</i> 0	0
<i>t</i> 1	4
<i>t</i> 2	20
<i>t</i> 4	11
<i>t</i> 7	5
<i>t</i> 6	0
<i>t</i> 8	16
<i>t</i> 10	5
<i>t</i> 9	20
<i>t</i> 11	13

2.2.3 Interpretação dos resultados

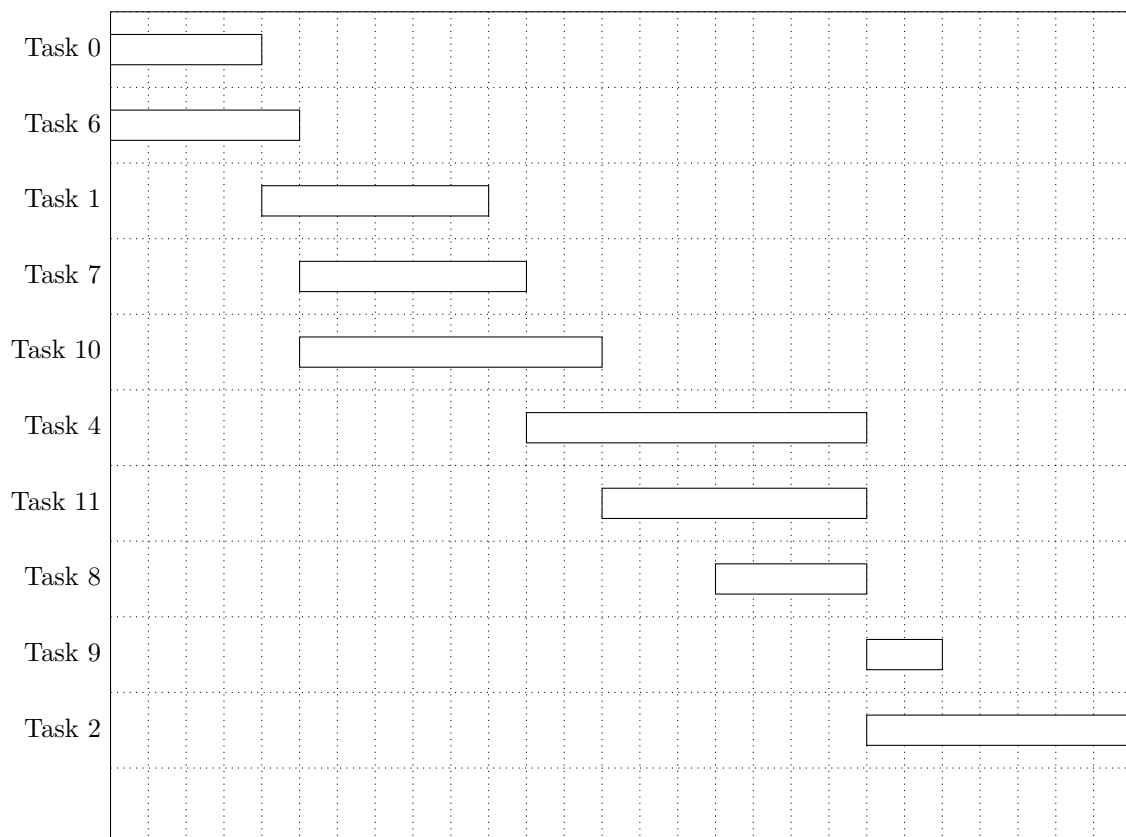


Figura 2.3: diagrama de Gantt

Capítulo 3

Parte 1

3.1 Caminho Critico

O caminho crítico corresponde ao caminho mais longo entre o vértice ini e o vértice fim, o que corresponde ao início do projecto e ao fim do projecto.

Para obter este caminho é necessário resolver um problema de programação linear que respeita os seguintes critérios:

- As variáveis de decisão são do tipo x_{ij} , com i a ser o vértice de origem e j o vértice de destino, e representam o fluxo de um determinado arco.
- As restrições garantem que o fluxo que entra num vértice é igual ao fluxo que sai.
- A função objetivo garante que o caminho obtido é de facto o maior

3.1.1 Texto de input

```
// caminho mais longo num grafo acíclico
max: 4 x01 + 4 x04 + 6 x12 + 9 x42 + 7 x2f
+ 6 x74 + 9 x4f + 5 x67 + 5 x610 + 6 x78
+ 8 x108 + 4 x8f + 4 x89 + 7 x119 + 2 x9f
+ 8 x1011;

// fluxo que entra no vértice = fluxo que sai
Vi: xi0 + xi6 = 1;
V0: xi0 = x01 + x04;
V1: x01 = x12;
V2: x12 + x42 = x2f;
V4: x04 + x74 = x42 + x4f;
V6: xi6 = x67 + x610;
V7: x67 = x74 + x78;
V8: x78 + x108 = x8f + x89;
V9: x89 + x119 = x9f;
V10: x610 = x108 + x1011;
V11: x1011 = x119;
```

3.1.2 Ficheiro de output

Value of objective function: 27.00000000

Actual values of the variables:

<i>x01</i>	<i>0</i>
<i>x04</i>	<i>0</i>
<i>x12</i>	<i>0</i>
<i>x42</i>	<i>1</i>
<i>x2f</i>	<i>1</i>
<i>x74</i>	<i>1</i>
<i>x4f</i>	<i>0</i>
<i>x67</i>	<i>1</i>
<i>x610</i>	<i>0</i>
<i>x78</i>	<i>0</i>
<i>x108</i>	<i>0</i>
<i>x8f</i>	<i>0</i>
<i>x89</i>	<i>0</i>
<i>x119</i>	<i>0</i>
<i>x9f</i>	<i>0</i>
<i>x1011</i>	<i>0</i>
<i>xi0</i>	<i>0</i>
<i>xi6</i>	<i>1</i>

3.1.3 Interpretação dos resultados

Analisando os resultados obtidos concluímos que o caminho mais longo entre o nodo ini e o nodo fim é o caminho que passa pelos vértices 6, 7, 4 e 2.

Assim, o caminho crítico deste projeto corresponde ao caminho 6, 7, 4 e 2.

3.2 Atividade paralelas

No diagrama de Gantt obtido anteriormente é possível observar facilmente atividades que ocorrem ao mesmo tempo.

Neste caso, a atividade 1, 7 e 10 ocorrem as três em simultâneo (sendo que a atividade 7 pertence ao caminho critico calculado anteriormente).

Se existir apenas um equipamento para realizar estas atividades, isso implica que estas não podem estar a decorrer em simultâneo.

3.3 Máquina única

Se existir uma máquina partilhada entre as atividades 1, 7 e 10 e apenas existir uma máquina ativa, apenas pode estar a decorrer uma dessas atividades em simultâneo.

3.3.1 Texto de input

```
min: tfinal; //minimizar o instante final

t0 >= 0; //t0 começa após o instante inicial

t1 >= t0 + 4; //t1 começa após t0 acabar

t2 >= t1 + 6; //t2 começa após t1 acabar
t2 >= t4 + 9; //t2 começa após t4 acabar

t4 >= t0 + 4; //t4 começa após t0 acabar
t4 >= t7 + 6; //t4 começa após t7 acabar

t6 >= 0; //t6 começa após o instante inicial

t7 >= t6 + 5; //t7 começa após t6 acabar

t8 >= t7 + 6; //t8 começa após t7 acabar
t8 >= t10 + 8; //t8 começa após t10 acabar

t9 >= t8 + 4; //t9 começa após t8 acabar
t9 >= t11 + 7; //t9 começa após t11 acabar

t10 >= t6 + 5; //t10 começa após t6 acabar

t11 >= t10 + 8; //t11 começa após que t10 acabar

tfinal >= t2 + 7; //tfinal ocorre após t2 acabar
tfinal >= t4 + 9; //tfinal ocorre após t4 acabar
tfinal >= t8 + 4; //tfinal ocorre após t8 acabar
tfinal >= t9 + 2; //tfinal ocorre após t9 acabar

//1 vs 7
t1 + 6 <= t7 + 1000 - 1000 y17;
t7 + 6 <= t1 + 1000 y17;

//1 vs 10
t1 + 6 <= t10 + 1000 - 1000 y110;
t10 + 8 <= t1 + 1000 y110;

//7 vs 10
t10 + 8 <= t7 + 1000 - 1000 y710;
t7 + 6 <= t10 + 1000 y710;

bin y17, y710, y110;
```

3.3.2 Ficheiro de output

Value of objective function: 32.00000000

Actual values of the variables:

<i>tfinal</i>	<i>32</i>
<i>t0</i>	<i>0</i>
<i>t1</i>	<i>19</i>
<i>t2</i>	<i>25</i>
<i>t4</i>	<i>16</i>
<i>t7</i>	<i>5</i>
<i>t6</i>	<i>0</i>
<i>t8</i>	<i>19</i>
<i>t10</i>	<i>11</i>
<i>t9</i>	<i>26</i>
<i>t11</i>	<i>19</i>
<i>y17</i>	<i>0</i>
<i>y110</i>	<i>0</i>
<i>y710</i>	<i>0</i>

3.3.3 Interpretação dos resultados

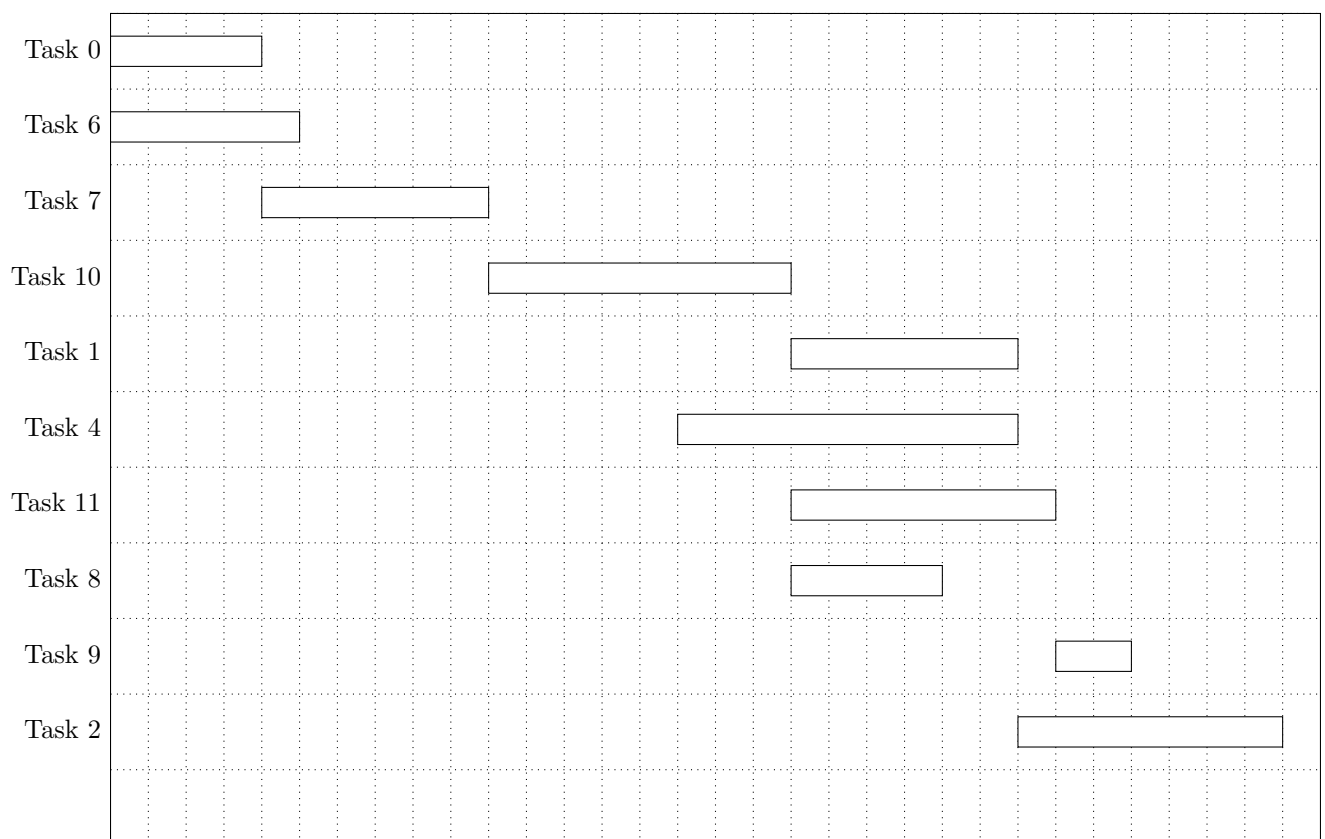


Figura 3.1: diagrama de Gantt

Capítulo 4

Parte 2

A fim de saber quanto se deve reduzir cada uma das atividades é necessário seguir as seguintes regras:

- As variáveis de decisão são do tipo t_i , com i igual ao id de uma atividade, que representa do tempo em que começa uma dada atividade. r_{pi} representa quanto deve ser reduzido seguindo o primeiro parâmetro. r_{si} representa quanto deve ser reduzido seguindo o segundo parâmetro.
- As restrições garantem as precedências entre as atividades e que as suas durações são respeitadas.
- A função objetivo consiste em minimizar o custo total das reduções.

4.0.1 Texto de input

```
// custo associado à redução das durações das actividades
min: 200 rp0 + 600 rp1 + 1000 rp2 + 800 rp4 + 800 rp6 +
0 rp7 + 200 rp8 + 0 rp9 + 1000 rp10 + 600 rp11 + 100 rs0 +
300 rs1 + 500 rs2 + 400 rs4 + 90 rs6 + 0 rs7 +
100 rs8 + 0 rs9 + 500 rs10 + 300 rs11;

// tempo máximo para concluir o projecto
tfinal <= 24;

// relações de precedência
t0 >= 0; //t0 começa após o instante inicial

t1 >= t0 - rp0 -rs0 + 4; //t1 começa após t0 acabar

t2 >= t1 - rp1 -rs1 + 6; //t2 começa após t1 acabar
t2 >= t4 - rp4 -rs4 + 9; //t2 começa após t4 acabar

t4 >= t0 - rp0 -rs0 + 4; //t4 começa após t0 acabar
t4 >= t7 - rp7 -rs7 + 6; //t4 começa após t7 acabar

t6 >= 0; //t6 começa após o instante inicial

t7 >= t6 - rp6 -rs6 + 5; //t7 começa após t6 acabar

t8 >= t7 -rp7 -rs7+ 6; //t8 começa após t7 acabar
t8 >= t10 - rp10 -rs10 + 8; //t8 começa após t10 acabar

t9 >= t8 -rp8 -rs8 + 4; //t9 começa após t8 acabar
t9 >= t11 -rp11 -rs11 + 7; //t9 começa após t11 acabar

t10 >= t6 -rp6 -rs6 + 5; //t10 começa após t6 acabar

t11 >= t10 -rp10 -rs10 + 8; //t11 começa após que t10 acabar

tfinal >= t2 -rp2 -rs2 + 7; //tfinal ocorre após t2 acabar
tfinal >= t4 - rp4 -rs4 + 9; //tfinal ocorre após t4 acabar
tfinal >= t8 - rp8 -rs8 + 4; //tfinal ocorre após t8 acabar
tfinal >= t9 - rp9 -rs9 + 2; //tfinal ocorre após t9 acabar

// reduções máximas permitidas
rp0 <= 0.5;
rp1 <= 1;
rp2 <= 3;
rp4 <= 2;
rp6 <= 1;
rp7 <= 0;
rp8 <= 0.5;
rp9 <= 0;
rp10 <= 0.5;
rp11 <= 1;

gt0 <= 0.5 - rp0;
gt1 <= 1 - rp1;
gt2 <= 3 - rp2;
```

```

gt4 <= 2 - rp4;
gt6 <= 1 - rp6;
gt7 <= 0 - rp7;
gt8 <= 0.5 - rp8;
gt9 <= 0 - rp9;
gt10 <= 0.5 - rp10;
gt11 <= 1 - rp11;

rs0 <= 0.5 * gt0;
rs1 <= 1 * gt1;
rs2 <= 1 * gt2;
rs4 <= 1 * gt4;
rs6 <= 1 * gt6;
rs7 <= 0 * gt7;
rs8 <= 0.5 * gt8;
rs9 <= 0 * gt9;
rs10 <= 0.5 * gt10;
rs11 <= 1 * gt11;

bin gt0, gt1, gt2, gt4, gt6, gt7, gt8, gt9, gt10, gt11;

```

4.0.2 Ficheiro de output

Value of objective function: 990.00000000

Actual values of the variables:

<i>rp0</i>	<i>0</i>
<i>rp1</i>	<i>0</i>
<i>rp2</i>	<i>0</i>
<i>rp4</i>	<i>0</i>
<i>rp6</i>	<i>0</i>
<i>rp7</i>	<i>0</i>
<i>rp8</i>	<i>0</i>
<i>rp9</i>	<i>0</i>
<i>rp10</i>	<i>0</i>
<i>rp11</i>	<i>0</i>
<i>rs0</i>	<i>0</i>
<i>rs1</i>	<i>0</i>
<i>rs2</i>	<i>1</i>
<i>rs4</i>	<i>1</i>
<i>rs6</i>	<i>1</i>
<i>rs7</i>	<i>0</i>
<i>rs8</i>	<i>0</i>
<i>rs9</i>	<i>0</i>
<i>rs10</i>	<i>0</i>
<i>rs11</i>	<i>0</i>
<i>tfinal</i>	<i>24</i>
<i>t0</i>	<i>0</i>
<i>t1</i>	<i>4</i>
<i>t2</i>	<i>18</i>
<i>t4</i>	<i>10</i>
<i>t7</i>	<i>4</i>
<i>t6</i>	<i>0</i>
<i>t8</i>	<i>12</i>
<i>t10</i>	<i>4</i>
<i>t9</i>	<i>22</i>
<i>t11</i>	<i>12</i>
<i>gt0</i>	<i>0</i>
<i>gt1</i>	<i>0</i>
<i>gt2</i>	<i>1</i>
<i>gt4</i>	<i>1</i>
<i>gt6</i>	<i>1</i>
<i>gt7</i>	<i>0</i>
<i>gt8</i>	<i>0</i>
<i>gt9</i>	<i>0</i>
<i>gt10</i>	<i>0</i>
<i>gt11</i>	<i>0</i>

Infelizmente, não conseguimos gerar as restrições que forçam a que as primeiras reduções sejam efetuadas em primeiro lugar.