

# Bolas

Javier Larrosa

.

## 1 Introduction

El objetivo de esta práctica es estimar la posición en la que va a caer una bola que va encontrando obstáculos en su trayectoria que la desvían.

Supongamos que tenemos una tabla vertical que nos imaginamos como una matriz de dimensiones  $n \times m$  siendo  $n$  la altura y  $m$  la anchura. Una bola se deja caer por arriba desde una posición  $a$  (con  $1 \leq a \leq m$ ). Si no hubiera obstáculos la bola llegaría al suelo también por la posición  $a$  siguiendo la trayectoria  $(1, a), (2, a), \dots, (n, a)$ . Pero algunas de las posiciones  $(i, j)$  tienen clavado un cilindro que hace que si la bola colisiona se vaya hacia la derecha o hacia la izquierda. Es decir, que si la bola va cayendo y pasa por la posición  $(a, b)$  y en  $(a + 1, b)$  hay un cilindro, la bola continuará por  $(a + 1, b - 1)$  o por  $(a + 1, b + 1)$ .

Asumiremos que el número de columnas ( $m$ ) es impar. En las filas impares (primera, tercera, etc) hay un cilindro en las columnas  $3, 5, \dots, m - 2$ . En las filas pares hay un cilindro en las columnas  $2, 4, \dots, m - 1$ .

Cuando la bola colisiona con un cilindro la probabilidad de que vaya hacia la derecha o hacia la izquierda es la misma (0.5).

La figura siguiente se parece a lo que estamos describiendo. Las bolas son rojas y los cilindros grises. La diferencia principal es que en el dibujo hay muchas bolas y solo pueden empezar por la columna central, mientras que en nuestro caso sólo hay una bola y podemos dejarla caer desde donde queramos.

El objetivo de la práctica es diseñar una Red Bayesiana que nos permita razonar sobre la trayectoria de la bola. Se pretende que la red sea lo más flexible posible en cuanto a las queries que se le puedan hacer. Por ejemplo nos interesarán cosas del estilo:

- Cual es la probabilidad de que termine en la columna  $j$  sabiendo que la hemos lanzado desde la columna  $j'$ ?
- Cual es la probabilidad de que la hayamos lanzado desde  $j$  sabiendo que ha terminado en  $j'$ ?
- Cual es la probabilidad de que la hayamos lanzado desde  $j$  y termine en  $j'$  sabiendo que ha pasado por  $(a, b)$ ?



Figure 1: Dibujo aproximado

- ...

Proponemos dos extensiones al enunciado anterior que no son necesarias para aprobar pero que si lo son para sacar buena nota.

- La primera consiste en discutir si la red diseñada tambien sirve para lanzamientos de varias bolas (las bolas se lanzan secuencialmente desde lugares diferentes) y razonar sobre si alguna bola llega o pasa por alguna de las posiciones. Si no sirve, diseña una nueva red que lo permita y explica el tipo de queries que se pueden hacer con ella
- La segunda consiste en diseñar una nueva red que permita modificar de manera cómoda la tabla para darle un sesgo. Es decir que cuando una bola colisiones con un cilindro la probabilidad de que vaya hacia la derecha sea  $p$  y hacia la izquierda sea  $1 - p$ . Por simplicidad, asumiremos que el sesgo será el mismo para todo los cilindros.

## 2 Entrega

La práctica es individual. Se tiene que entregar en el racò un documento en el que se justifique y explique la red bayesiana (o las redes bayesianas si habeis hecho las extensiones) diciendo el significado de las variables y la justificación de

las probabilidades que habeis añadido Tambien teneis que poner unas cuantas queries diciendo cual es el significado de la query y cual es el resultado (para  $n = 6$  y  $m = 9$ ). Para cada red teneis que incluir un fichero .net legible por samiam en el que esté la red para  $n = 6$  y  $m = 9$  para que yo lo pueda probar.

Además, algunos de vosotros seréis convocados para enseñarme y explicarme en persona vuestros diseños.