Universidad de Granada

Ingeniería Informática

Computación y Sistemas Inteligentes

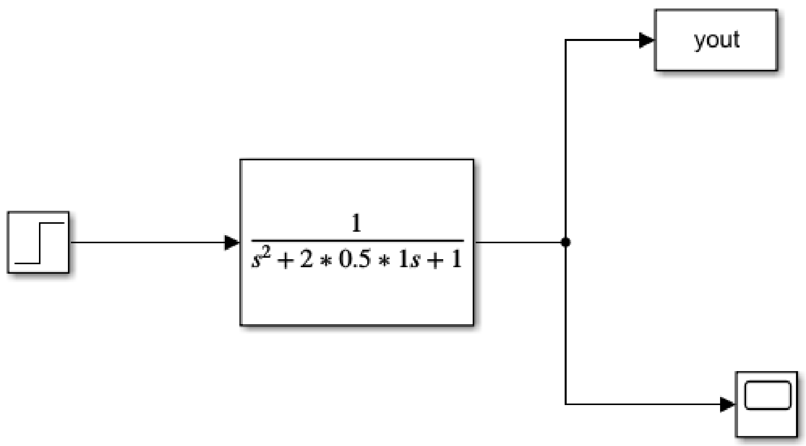
Practica 3

Autor: José Antonio Ruiz Millán
Email: jantonioruiz@correo.ugr.es
Asignatura: Robótica Industrial
27 de agosto de 2019

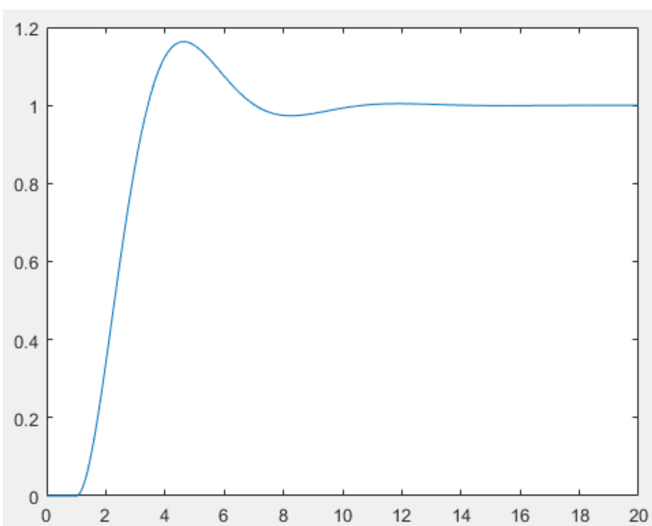
Ejercicio 1.1:

Determinar la sobreoscilacion, el tiempo de pico y el tiempo de establecimiento al 2 %, y comparar con las predicciones teoricas. Para ello, debe construirse un programa en Matlab que devuelvan estos valores a partir de la señal simulada *yout*. Repetir lo anterior para $\delta = 1$ (sistema crıticamente amortiguado) y $\delta = 1,5$ (sistema sobreamortiguado). Comentar los resultados superponiendo en una sola grafica las respuestas escalon de los tres tipos de sistema.

Primero mostraré el programa creado con *Simulink*. Este ha sido utilizado para todos los casos, cambiando el valor de δ según correspondiese.



En primer lugar, haremos los cálculos para el caso de $\delta = 0{,}5$, con el que se obtiene la siguiente onda.



- **Cálculo de la sobreoscilación** (M_p)**:**

  Para el cálculo de la sobreoscilación (M_p) teórica tenemos que seguir la siguiente fórmula:

$$M_p = e^{\frac{-\delta\pi}{\sqrt{1-\delta^2}}}$$

Para igualarla con la que calcula Matlab sobre la propia onda, utilizaremos la siguiente fórmula.

$$M_p = 100 \cdot e^{\frac{-\delta\pi}{\sqrt{1-\delta^2}}}$$

Finalmente, calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **16.3034 de sobreoscilación teórica** y **17.0588 de sobreoscilación práctica.**

- **Cálculo del tiempo de pico** (t_p)**:**

  Para el cálculo del tiempo de pico (t_p) teórico tenemos que seguir la siguiente fórmula:

  $$t_p = \frac{\pi}{W_n\sqrt{1-\delta^2}}$$

  Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **3.6276 de tiempo de pico teórico** y **4.63 de tiempo de pico práctico.**

- **Cálculo del tiempo de establecimiento** (t_s)**:**

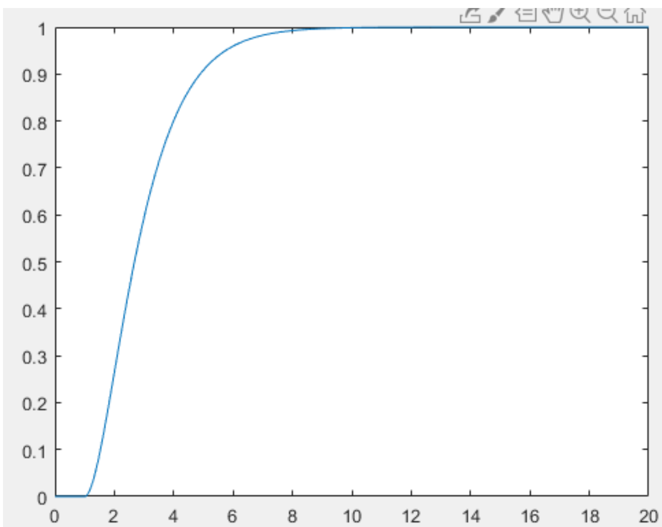
  Para el cálculo del tiempo de establecimiento (t_s) teórico tenemos que seguir la siguiente fórmula:

  $$t_p = \frac{4}{W_n \cdot \delta}$$

  Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **8 de tiempo de establecimiento teórico** y **6.2789 de tiempo de establecimiento práctico.**

Podemos comprobar como efectivamente los cálculos realizados teóricamente se acercan relativamente bien a los resultados reales, ésto nos sirve de ejemplo para comprobar que estas fórmulas están bien definidas.

Pasamos ahora al caso donde utilizamos $\delta = 1$, donde obtenemos la siguiente onda.



- **Cálculo de la sobreoscilación** (M_p)**:**

  Ahora, para este nuevo caso, calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **0 de sobreoscilación teórica** y **0.5047 de sobreoscilación práctica.**

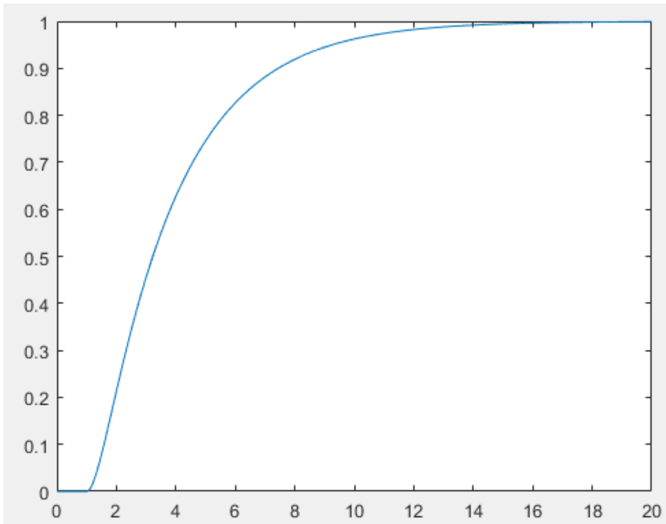
- **Cálculo del tiempo de pico** (t_p)**:**

Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de ∞ **de tiempo de pico teórico** y ∞ **de tiempo de pico práctico** debido a la no existencia de picos.

- **Cálculo del tiempo de establecimiento** (t_s)**:**

  Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **4 de tiempo de establecimiento teórico** y **3.9028 de tiempo de establecimiento práctico.**

Pasamos ahora al último caso donde utilizamos $\delta = 1{,}5$, donde obtenemos la siguiente onda.



- **Cálculo de la sobreoscilación** (M_p)**:**

  Ahora, para el último caso, calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **inexistente de sobreoscilación teórica** y **0.5051 de sobreoscilación práctica.**

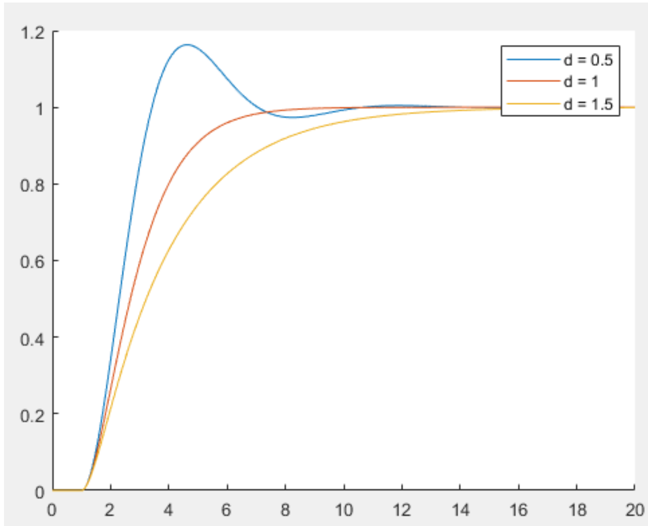
- **Cálculo del tiempo de pico** (t_p)**:**

  Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **0 de tiempo de pico teórico** y ∞ **de tiempo de pico práctico** debido a la no existencia de picos.

- **Cálculo del tiempo de establecimiento** (t_s)**:**

  Calculando la teórica y la práctica obtuve el resultado de **2.667 de tiempo de establecimiento teórico** y **7.7851 de tiempo de establecimiento práctico.**

Por último visualizamos las 3 gráficas en 1:



Podemos ver como a medida que aumentamos el valor de δ, obtenemos una gráfica más plana, la línea se suaviza y no tiene oscilación.

Esto nos dice que un valor pequeño de δ aumenta la oscilación, y conforme vamos aumentado, perdemos oscilación, por ejemplo con $\delta = 1$ obtenemos un sistema con una respuesta más rápida que con $\delta = 0{,}5$ sin oscilación y cuando aumentamos aún mas el valor de δ, obtenemos un sistema que sólo tiene amortiguación y nada de oscilación.

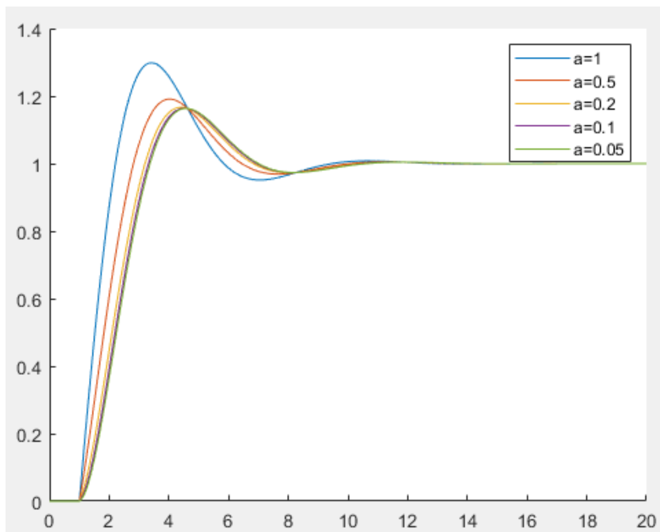
Ejercicio 1.2:

A continuacion se comprobara el efecto de la introduccion de ceros en la funcion de transferencia. Si al sistema de segundo orden del apartado anterior ($\delta = 0,5$ y $w_n = 1$) le anadimos un cero en $z_0 = -1/a$, la funcion de transferencia sera:

$$G(s) = \frac{as+1}{s^2+s+1}$$

Comprobar el efecto de dicho cero para a = *1,0.5,0.2,0.1,0.05*. ¿Para que valores de a puede despreciarse el efecto del cero?

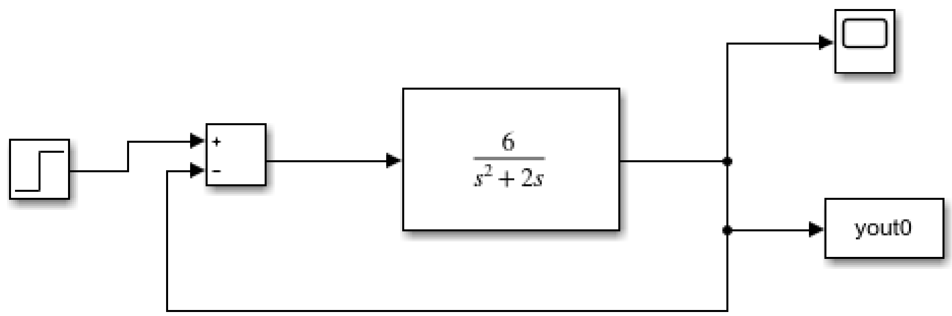
En este ejercicio, he decidido hacer un plot con los resultados obtenidos:



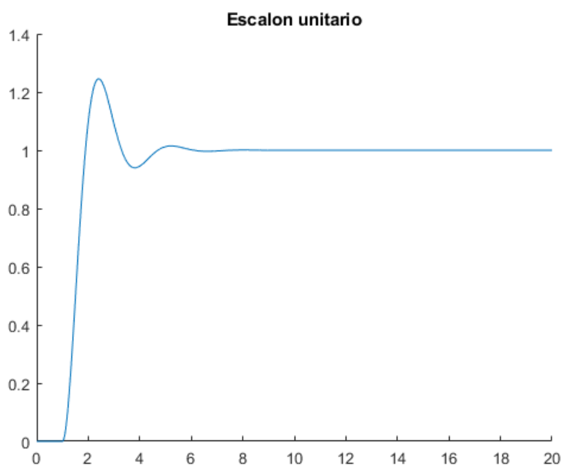
Se puede comprobar fácilmente cómo para el caso de $\delta = 0{,}5$ y $w_n = 1$, el efecto de introducir ceros en la función de transferencia puede despreciarse cuando utilizamos un valor de $a < 0{,}5$ ya que vemos que la onda es prácticamente la misma aunque el valor de a disminuya.

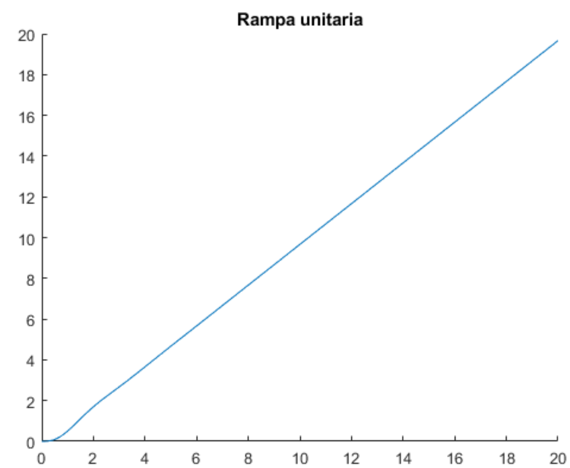
Ejercicio 2:

Siguiendo las indicaciones del apartado anterior, se mediran la sobreoscilacion y los errores de posicion y velocidad. Comprobar con las predicciones teoricas.



Tenemos entonces los siguientes resultados.





- **Cálculo de la sobreoscilación** (M_p)**:**

  En este caso, he obtenido **24.3750 de sobreoscilación práctica.**

- **Cálculo del error de posicion** (e_p)**:**

  En este caso, para el cálculo del error de posición teórico, tenemos que seguir la siguiente fórmula.

$$e_p = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$$

En este caso, tenemos que

$$G(s) = \frac{6}{s^2+2s}$$

Por lo que si calculamos K_p obtenemos que $K_p = \infty$, por lo que finalmente tenemos **de valor teórico** que $e_p = 0$.

Por otra parte, el cálculo del **error de posición real** ha sido $e_p = -2{,}0859x10^{-9} \approx 0$

- **Cálculo del error de velocidad** (e_v)**:**

  Para el cálculo de velocidad teórico tenemos que seguir la siguiente fórmula.

$$e_v = \frac{1}{K_v}$$
$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$$

  Si intentamos resolver K_v vemos que tenemos una indeterminación del tipo $0 \cdot \infty$ por lo que vamos a resolver el producto primero para cambiar esa indeterminación.

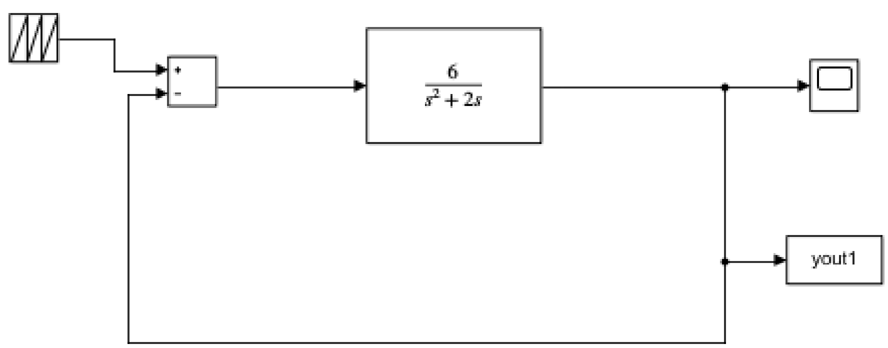
$$sG(s) = s \cdot \frac{6}{s^2+2s} =$$
$$= \frac{6s}{s^2+2s}$$

  Y ahora calculamos K_v

$$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{6s}{s^2+2s} =$$
$$= \frac{6}{2s+2} = 3$$

  Por lo que finalmente hemos obtenido un **valor teórico de** $e_v = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$.

  Ahora, para el caso real, debemos hacer una pequeña modificación en el sistema, para poder calcularla.



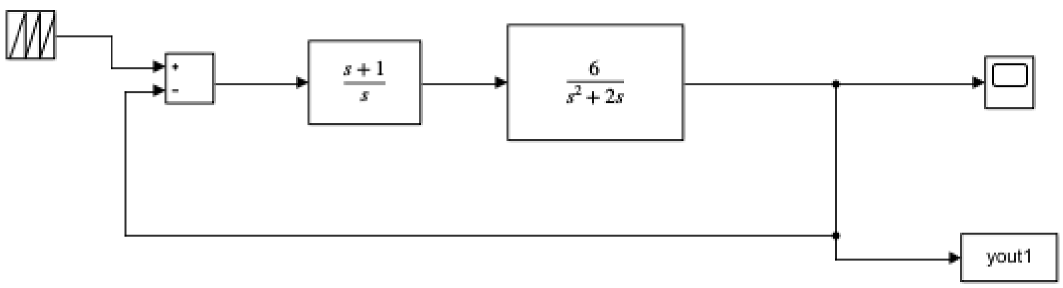
  Con esto realizado, para el **caso real**, he obtenido un valor de $e_v = 0{,}3333$

Ejercicio 2.1:

A continuación se comprobara el efecto que produce en el sistema anterior la introducción de un controlador PI. Con $k_p = k_i = 1$, medir de nuevo la sobreoscilacion y los errores de posicion y velocidad (usando entradas tipo escalon unitario y rampa unitaria).

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = k_p \frac{s + k_i/k_p}{s}$$

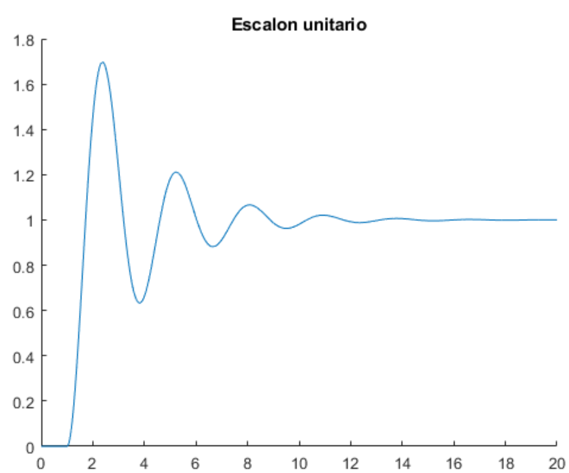
Por lo que trabajaremos con el siguiente sistema.

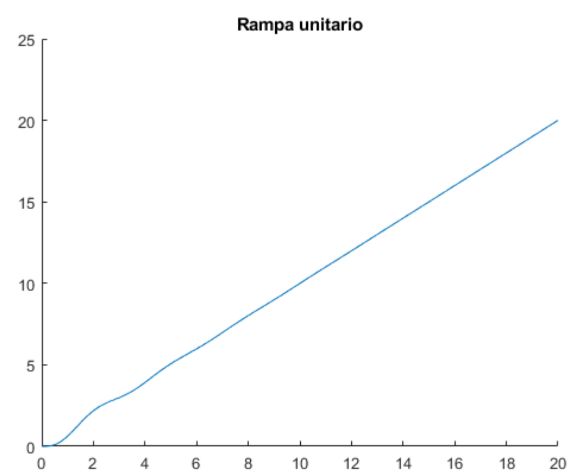


Antes de empezar a calcular los resultados, vamos a calcular $G(s)$ ya que la vamos a necesitar para los diferentes apartados. Tenemos que:

$$G(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{s+1}{s} \cdot \frac{6}{s^2+2s} =$$
$$= \frac{6s+6}{s^3+2s^2}$$

Tenemos entonces los siguientes resultados.





Pasamos ahora al cálculo de las diferentes métricas.

- **Cálculo de la sobreoscilación** (M_p)**:**

  En este caso, he obtenido **71.5517 de sobreoscilación práctica.**

- **Cálculo del error de posicion** (e_p)**:**

  Como hemos comentado anteriormente, tenemos:

  $$e_p = \frac{1}{1+K_p}$$
  $$K_p = \lim_{s\to 0} G(s)$$

  Y como acabamos de calcular tenemos:

  $$G(s) = \frac{6s+6}{s^3+2s^2}$$

  Por lo que si calculamos K_p obtenemos que $K_p = \infty$, por lo que finalmente tenemos **de valor teórico** que $e_p = 0$.

  Por otra parte, el cálculo del **error de posición real** ha sido $e_p = -2{,}9427\text{x}10^{-4} \approx -0{,}0003 \approx 0$

- **Cálculo del error de velocidad** (e_v)**:**

  Para el cálculo de velocidad teórico tenemos que seguir la siguiente fórmula.

  $$e_v = \frac{1}{K_v}$$
  $$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)$$

  Si intentamos resolver K_v vemos que tenemos una indeterminación del tipo $0 \cdot \infty$ por lo que vamos a resolver el producto primero para cambiar esa indeterminación.

  $$sG(s) = s \cdot \frac{6s+6}{s^3+2s^2} =$$
  $$= \frac{6s^2+6s}{s^3+2s^2}$$

  Y ahora calculamos K_v

  $$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{6s^2+6s}{s^3+2s^2} =$$
  $$= \frac{12s+6}{3s^2+4s} = \infty$$

  Por lo que finalmente hemos obtenido un **valor teórico de** $e_v = \frac{1}{\infty} = 0$.

  Ahora, al calcular **el error de velocidad real** he obtenido un valor de $e_v = -1{,}8677\text{x}10^{-5} \approx -0{,}00002 \approx 0$

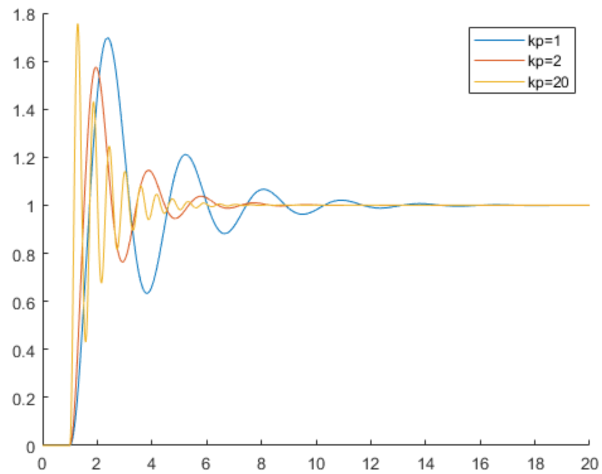
Ejercicio 2.1.1:

Modificar los valores de los parámetros del controlador para reducir la sobreoscilacion.

Para este ejercicio, lo que he hecho a sido modificar el valor de k_p en la función del sistema.

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} = k_p \frac{s + k_i/k_p}{s}$$

Visualizando que al aumentar el valor de k_p se obtiene una reducción de la sobreoscilacion siempre y cuando no nos pasemos de aumento. Para ello voy a mostrar una gráfica con 3 casos.



En la gráfica podemos ver 3 casos, el caso base ($k_p = 1$), el caso de mejora ($k_p = 2$) y por último un aumento de k_p pero siendo excesivo que hace que se vuelva a aumentar la sobreoscilacion ($k_p = 20$).

Los resultados obtenidos han sido:

- $k_p = 1 \rightarrow M_p = 71{,}5517$.
- $k_p = 2 \rightarrow M_p = 57{,}9365$.
- $k_p = 1 \rightarrow M_p = 77{,}6786$.