

## 近似熵模型

近似熵 (Approximate Entropy | ApEn)，是一种用于量化时间序列波动的规律性和量化不可预测性质的参数。它用一个非负的数来表示一个时间序列的复杂程度，反映出了时间序列中新信息发生的可能性，越复杂的时间序列所对应的近似熵越大。

### 应用 EEG 癫痫预测的原因:

对于 EEG 信号来说，由于噪声存在、和信号的微弱性、多重信号源叠加，反映出来的是混沌属性，但是同一个人在大脑活动相对平稳的情况下，其 EEG 近似熵应该变化不大，但是当癫痫发生以及之前的预兆，则会有较大的变化，故可以使用近似熵来检测癫痫

### 模型如下所示:

1. 设有一个以等间隔  $T$  采样获得的  $N$  维的时间序列  $u(1), u(2), \dots, u(N)$ .
2. 定义算法相关参数  $M, R$ ，其中， $M$  为比较向量的长度， $R$  为实数，表示“相似程度”的度量值.

3. 重新将序列  $U(N)$  构建成新的  $M$  维序列，如下式所示:

$$X(n) = [X(1), X(2), \dots, X(N - m + 1)] (N < M) \quad (1)$$

$$X(i) = [U(i), U(i+1), \dots, U(i + M - 1)] \quad (2)$$

4. 对于在  $1 \leq i \leq N - M + 1$ , 对满足下式条件的向量  $X$  的个数进行统计

$$C_i^M(R) = (\text{Number of } X(j) \text{ Such that } d[X(i), X(j)] \leq R) / (N - M + 1) \quad (3)$$

其可认为，计算  $X(i)$  和  $X(j)$  的最大元素差的绝对值在小于给定最大  $R$  适应值的情况下计算满足条件的向量  $X$  的数量，其中  $X(i)$  和  $X(j)$  的距离被定义如下所示:

$$d[X, X'] = \max_i |U(I) - U'(I)| \quad (4)$$

即  $d$  由向量  $X$  元素的最大差值决定,  $j$  的取值范围为  $[1, N-M+1]$ , 且包括相等的情况, 即  $j = i$

5. 对应熵值  $\phi^m(R)$  的定义如下式所示:

$$\phi^m(R) = \frac{1}{N-M+1} \sum_{i=1}^{N-m+1} \log(C_i^m(R)) \quad (5)$$

6. 近似熵(ApEn)定义为下式:

$$ApEn = \phi^M(R) - \phi^{M+1}(R) \quad (6)$$

7. 关于相似程度度量值  $R$  的选取, 一般取如下式所示规则

$$R = 0.2 \times Std(U(N)) \quad (7)$$

8. 对于  $d$  函数有以下的原则

$$d[X(i), X(j)] < R \approx d[X(i), X(j)] \leq R \quad (8)$$

9. 对于  $d$  函数以及相似程度度量值的关系有以下原则

$$d[X(i), X(j)] < R \approx d[X(i), X(j)] \leq R \quad (9)$$

可得到的结论:

如果一个时间序列的规律性比较强, 则其近似熵值(ApEn)比较小, 对应地, 一个比较复杂的时间序列则对应一个较大的熵值, 通过这种特征的提取方法, 可以作为癫痫特征的一种提取方式。

示意结果:

