

经验模态分解模型

经验模态分解 (EMD)，是一种新型的自适应信号时频处理方法，特别适用于非平稳、非线性信号的分析处理。其可以将复杂原始信号分解成有限个具有不同特征尺度的数据序列，每一个序列为本征模态函数分量，我们在使用的时候，将前三个分量的方差作为三个特征。

应用 EEG 癫痫预测的原因：

对于 EEG 信号来说，EMD 经验模态解可以增强癫痫以及非癫痫时期信号的可分性，并且在实际的时间序列中，有用的微弱信号会淹没在强信号或噪声中，然而通过 EMD，这些小振幅信号可以突出显示为 IMF。因此利用 IMF 分析原始数据的信息可以更加准确的用于癫痫信号特征提取。

模型如下所示：

1. 设有一个以等间隔 T 采样获得的 N 维的时间序列 $u(1), u(2), \dots, u(N)$
2. 定义在函数相邻过零点的时间间隔作为过零点的时间尺度；定义相邻两个极值点的时间间隔就是极值点的时间尺度
(EMD 会根据信号的时间特征尺度自适应的对信号进行分解，所以可以表达信号的不同尺度的特性)
3. 假设原始信号为 $U(N)$ ，找出原始信号的所有局部极大值和局部极小值点，并通过使用三次样条插值函数拟合所有局部极大值点作为上包络线；同理用三次样条函数拟合所有局部极小值点 作为下包络线，其中上包络线与下包络线应包含所有数据
4. 求出上包络线与下包络线的均值或者中值，在本项目中我们采用的算法是均值，如下式所示：

$$M(N) = E_{Upper}(N) - E_{Lower}(N) \quad (1)$$

5. 将 $U(N)$ 与 $M(N)$ 作差得到下式所示:

$$H(N) = U(N) - M(N) \quad (2)$$

6. 如果 $H(N)$ 满足以下条件, 则 H 为 IMF_1 , 否则重复(1)(2)筛选 K 次直到满足以下条件为止, 条件如下

- 在整个信号上, 极值点的个数和过零点的个数相等或至多相差一个
- 在任意时刻, 由局部极大值点和局部极小值点分别形成的上、下包络线的均值为零, 即上下包络局部对称

7. 最终 IMF_1 得到如下式所示:

$$IMF_1 = H_K(N) \quad (3)$$

$$C_1 = IMF_1 \quad (4)$$

8. 从 $H(N)$ 中分离出 C_1 信号, 得到 r_1 信号, r_1 信号的定义如下式所示, 并将 r_1 做为新的原始信号

$$r_1 = U(N) - IMF_1 \quad (5)$$

9. 对新的原始信号 r_1 信号重复前面的步骤, 得到了第二个 IMF 成分 IMF_2 , 重复上述过程 N 次, 就得到了一个 IMF 序列以及一个很小的残差, 如下式所示:

$$U(N) = \sum_{i=1}^t C_i + r_t \quad (6)$$

10. 我们由于只需要取前几个分量即可表达几乎所有的信息, 通过选取 $t=3$ 确定了原始信号 $U(N)$, 得到如下序列:

$$[IMF_1, IMF_2, IMF_3] \quad (7)$$

11. 对于得到的序列(7), 对其取样本方差, 如下式所示:

$$VarIMF_T = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (IMF(N) - \overline{IMF})^2 \quad (T=1,2,3) \quad (8)$$

12. 最终得到了特征序列

$$Feature = [VarIMF_1, VarIMF_2, VarIMF_3] \quad (9)$$

可得到的结论:

IMF 反映了原始信号的本质和真实 信息。信号经 EMD 只需要根据信号的时间特征尺度自适应的对信号进行分解, 使 EEG 脑电波这样的小振幅信号可以相当突出的显示为 IMF 成分, 故可用于脑电波特征提取。

示意结果:

